

**Prof. Dr. Alfred Toth**

## **Zur spurenthoretischen Begründung der semiotischen Basistheorie**

1. Die Semiotik kann mit Hilfe des Begriffs der Zahl, der Menge und der Kategorie begründet werden (vgl. Toth 2006, S. 11 ff.), als ganz genau wie alle übrigen Gebiete der Mathematik. Basierend auf den bisher veröffentlichten Arbeiten (vgl. z.B. Toth 2009a, b), sollen hier die spurenthoretischen Grundlagen der Semiotik zusammengefasst und ergänzt werden.

2. Spuren können entweder direkt aus den semiotischen Objekten, d.h. den Subzeichen, oder den sie substituierenden kategoriethoretischen Morphismen abgeleitet werden. Der Grund liegt in der von Bense immer wieder hervorgehobenen Doppelnatur der Subzeichen, einerseits statische „Momente“, andererseits aber dynamische „Semiosen“ zu sein (vgl. z.B. Bense 1975, S. 92). Der Unterschied zwischen semiotischen Kategorien und Spuren liegt allerdings, wie bereits öfters hervorgehoben, darin, dass Spuren wegen ihrer gerichteten Codomänen „gerichtete Objekte“ sind, während Kategorien „gerichtete Abbildungen“, d.h. „Pfeile“ sind.

$$\begin{array}{lll} (1.1) = \text{id}_1 & \rightarrow & 1_{\rightarrow 1} \\ (1.2) = \alpha & \rightarrow & 1_{\rightarrow 2} \\ (1.3) = \beta\alpha & \rightarrow & 1_{\rightarrow 3} \\ (2.1) = \alpha^\circ & \rightarrow & 2_{\rightarrow 1} = 1_{\leftarrow 2} \\ (2.2) = \text{id}_2 & \rightarrow & 2_{\rightarrow 2} \\ (2.3) = \beta & \rightarrow & 2_{\rightarrow 3} \\ (3.1) = \alpha^\circ\beta^\circ & \rightarrow & 3_{\rightarrow 1} = 1_{\leftarrow 3} \\ (3.2) = \beta^\circ & \rightarrow & 3_{\rightarrow 2} = 2_{\leftarrow 3} \\ (3.3) = \text{id}_3 & \rightarrow & 3_{\rightarrow 3} \end{array}$$

Mit Hilfe dieser Entsprechungen können wir sog. Spurenmatrizen aufstellen:

$$\left( \begin{array}{cccc} \emptyset \rightarrow_1 & 1 \rightarrow_1 & 1 \rightarrow_2 & 1 \rightarrow_3 \\ \emptyset \rightarrow_2 & 1 \leftarrow_2 & \boxed{2 \rightarrow_2} & \boxed{2 \rightarrow_3} \\ \emptyset \rightarrow_3 & 1 \rightarrow_3 & \boxed{2 \leftarrow_3} & \boxed{3 \rightarrow_3} \end{array} \right) \quad \left( \begin{array}{ccc} 1 \rightarrow \emptyset & 2 \rightarrow \emptyset & 3 \rightarrow \emptyset \\ 1 \rightarrow_1 & 2 \rightarrow_1 & 3 \rightarrow_1 \\ 1 \rightarrow_2 & 2 \rightarrow_2 & 3 \rightarrow_2 \\ 1 \rightarrow_3 & 2 \rightarrow_3 & 3 \rightarrow_3 \end{array} \right)$$

3. Das System der Zeichenklassen und Realitätsthematiken lässt sich auf der Basis der Spurenmatrix als System von Zeichenspuren und Realitätsspuren konstruieren:

$$\begin{aligned} (3.1 \ 2.1 \ 1.1) \times (1.1 \ 1.2 \ 1.3) &\rightarrow (3 \rightarrow_1 \ 1 \leftarrow_2 \ 1 \rightarrow_1) \times (1 \rightarrow_1 \ 1 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3) \\ (3.1 \ 2.1 \ 1.2) \times (2.1 \ 1.2 \ 1.3) &\rightarrow (3 \rightarrow_1 \ 1 \leftarrow_2 \ 1 \rightarrow_2) \times (1 \leftarrow_2 \ 1 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3) \\ (3.1 \ 2.1 \ 1.3) \times (3.1 \ 1.2 \ 1.3) &\rightarrow (3 \rightarrow_1 \ 1 \leftarrow_2 \ 1 \rightarrow_3) \times (3 \rightarrow_1 \ 1 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3) \\ (3.1 \ 2.2 \ 1.2) \times (2.1 \ 2.2 \ 1.3) &\rightarrow (3 \rightarrow_1 \ 2 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_2) \times (1 \leftarrow_2 \ 2 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3) \\ (3.1 \ 2.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.2 \ 1.3) &\rightarrow (3 \rightarrow_1 \ 2 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3) \times (3 \rightarrow_1 \ 2 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3) \\ (3.1 \ 2.3 \ 1.3) \times (3.1 \ 3.2 \ 1.3) &\rightarrow (3 \rightarrow_1 \ 2 \rightarrow_3 \ 1 \rightarrow_3) \times (3 \rightarrow_1 \ 2 \leftarrow_3 \ 1 \rightarrow_3) \\ (3.2 \ 2.2 \ 1.2) \times (2.1 \ 2.2 \ 2.3) &\rightarrow (2 \leftarrow_3 \ 2 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_2) \times (1 \leftarrow_2 \ 2 \rightarrow_2 \ 2 \rightarrow_3) \\ (3.2 \ 2.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.2 \ 2.3) &\rightarrow (2 \leftarrow_3 \ 2 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3) \times (3 \rightarrow_1 \ 2 \rightarrow_2 \ 2 \rightarrow_3) \\ (3.2 \ 2.3 \ 1.3) \times (3.1 \ 3.2 \ 2.3) &\rightarrow (2 \leftarrow_3 \ 2 \rightarrow_3 \ 1 \rightarrow_3) \times (3 \rightarrow_1 \ 2 \leftarrow_3 \ 2 \rightarrow_3) \\ (3.3 \ 2.3 \ 1.3) \times (3.1 \ 3.2 \ 3.3) &\rightarrow (3 \rightarrow_3 \ 2 \rightarrow_3 \ 1 \rightarrow_3) \times (3 \rightarrow_1 \ 2 \leftarrow_3 \ 3 \rightarrow_3) \end{aligned}$$

4. Interessanter sieht die Verteilung von Domänen- und Codomänen-Werten bei den 6 Permutationen je Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik aus, vgl. z.B.

$$\begin{aligned} (1 \leftarrow_3 \ 1 \leftarrow_2 \ 1 \rightarrow_3) \times (1 \leftarrow_3 \ 1 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3) \\ (1 \leftarrow_3 \ 1 \rightarrow_3 \ 1 \leftarrow_2) \times (1 \rightarrow_2 \ 1 \leftarrow_3 \ 1 \rightarrow_3) \\ (1 \leftarrow_2 \ 1 \leftarrow_3 \ 1 \rightarrow_3) \times (1 \leftarrow_3 \ 1 \rightarrow_3 \ 1 \rightarrow_2) \\ (1 \leftarrow_2 \ 1 \rightarrow_3 \ 1 \leftarrow_3) \times (1 \rightarrow_3 \ 1 \leftarrow_3 \ 1 \rightarrow_2) \\ (1 \rightarrow_3 \ 1 \leftarrow_3 \ 1 \leftarrow_2) \times (1 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3 \ 1 \leftarrow_3) \\ (1 \rightarrow_3 \ 1 \leftarrow_2 \ 1 \leftarrow_3) \times (1 \rightarrow_3 \ 1 \rightarrow_2 \ 1 \leftarrow_3) \end{aligned}$$

Zu den semiotischen Diamanten vgl. Toth (2008, S. 177 ff.).

## **Bibliographie**

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Kategorien aus Objekten und Spuren aus Kategorien. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009a)

Toth, Alfred, Ein kategoriethoretisch-spurenthoretisches Semiosemodell. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009b)

24.10.2009